

1. Převeďte na zlomky následující desetinná čísla: $a_1 = 11, \bar{1}$, $a_2 = 15, 74\overline{256}$, $a_3 = 1, \bar{9}$.
2. Určete největší a nejmenší prvek množiny

$$M = \left\{ \frac{33}{8}, \sqrt{17}, \pi + 1, \frac{268}{65}, 2,08^2, 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}, 10^{0,62} \right\}.$$

Zapište množinu tak, že její prvky uspořádáte podle velikosti.

3. Určete supremum a infimum těchto množin:

a) $M_1 = \left\{ 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots \right\},$

b) $M_2 = \{0, 15; 0, 51; 0, 115; 0, 511; 0, 1115; 0, 5111; \dots\},$

c) $M_3 = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{2}{1}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, \dots \right\}.$

Ověřte, že jsou splněny vlastnosti suprema a infima. Ve které z těchto množin existuje největší prvek, resp. nejmenší prvek?

4. Mějme soustavu vložených intervalů $J_n = \langle a_n; b_n \rangle$, kde krajní body jsou definovány

a) $a_n = -\frac{1}{n}, b_n = 1 + \frac{2}{n}, n \in \mathbb{N};$

b) $a_n = -\frac{1}{n}, b_n = \frac{2}{n}, n \in \mathbb{N}.$

V obou případech popište situaci s využitím věty o vložených intervalech.

Řešení: **1.)** $a_1 = \frac{100}{9}$, $a_2 = \frac{786341}{49950}$, $a_3 = \frac{2}{1}$, **2)** Vypočteme numerické aproximace (stačí na dvě desetinná místa) a uspořádáme podle velikosti, **3)** $\sup M_1 = \max M_1 = 2$, $\inf M_1 = 1$, $\sup M_2 = 0,5\bar{1} = \frac{23}{45}$, $\inf M_2 = 0$, $\bar{1} = \frac{1}{9}$, $\sup M_3 = 1$, $\inf M_3 = \min M_3 = -2$, **4a)** $\alpha = 0$, $\beta = 1$, společný interval $\langle 0; 1 \rangle$, **4b)** $\alpha = \beta = 0$, společný interval je degenerovaný $\langle 0; 0 \rangle$.