

1. Určete funkci inverzní k funkci $f : y = \frac{3x-2}{2x+5}$.

U obou funkcí uveďte definiční obor a funkční obor. Je funkce f prostá?

2. Určete definiční obor složené funkce, rozhodněte, která funkce je vnitřní a která vnější, a pro dané x_0 vypočítejte funkční hodnotu:

a) $y = \sqrt{x^2 - 1}$, $x_0 = 3$, b) $y = \sin \frac{\pi}{x}$, $x_0 = 4$, c) $y = \log_2(\operatorname{tg} x)$, $x_0 = \frac{17}{4}\pi$.

3. Zjednodušte $C = \left(\frac{\sqrt[3]{3a^2b} \cdot 6}{2\sqrt[4]{2}} \right)^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{3b^2}{a^4\sqrt{8}}} \cdot \frac{b^2}{\sqrt[3]{b}}$.

4. Zjednodušte zápis funkce $y = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}$ na intervalu $\langle -5; 1 \rangle$.

5. Načrtněte graf funkce:

a) $y = \sin 2x$, b) $y = \sin \frac{x}{3}$, c) $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$, d) $y = 2 \sin x$,

vždy společně s grafem funkce $y = \sin x$ (4 obrázky).

6. Řešte rovnice

a) $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = 3$, b) $\operatorname{tg} \left(\frac{3}{4}x - \frac{\pi}{3} \right) = -\sqrt{3}$, c) $4 \sin^2 x = -\sqrt{3} \operatorname{tg} x$,

d) $8 \sin x + 6 \cos x = 9$.

7. Do jednoho obrázku načrtněte grafy funkcí $y = 2^x$, $y = e^x$, $y = 3^x$.

8. Řešte rovnice:

a) $\frac{3^{x^2-1}}{3^{x-1}} = \frac{3^{2x}}{9}$, b) $2^{2x} + 2^{x+2} = 3 \cdot 2^{x+1}$.

9. Do jednoho obrázku načrtněte grafy funkcí $y = \log_2 x$, $y = \ln x$, $y = \log_3 x$.

10. Řešte rovnice:

a) $\log(4x+2) - \log(3-x) = 1$, b) $\ln(3x-5) - \ln(x-1) = \ln 4$.

ŘEŠENÍ: 1) $D(f) = H(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$, $H(f) = D(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$, $y = \frac{2+5x}{3-2x}$.

2a) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $2\sqrt{2}$, 2b) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 2c) $(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$, 0. 3) $\frac{27}{2}b^3$.

4) $\frac{(x-2)(x+1)(x-3)}{(x-2)(x+2)(x+3)} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+2)(x+3)}$. 5) Obrázky. 6a) $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\}$, 6b) $\left\{ \frac{4}{3}k\pi \right\}$,

6c) $\left\{ k\pi, \frac{2}{3}\pi + k\pi, \frac{5}{6}\pi + k\pi \right\}$, 6d) přibližně $\{0, 48 + 2k\pi, 1, 38 + 2k\pi\}$. 7) Obrázky.

8a) $\{1; 2\}$, 8b) $\{1\}$. 9) Obrázky. 10a) $\{2\}$, 10b) $\emptyset$.

Dobrovolná úloha B: Řešte rovnice

a) $2x + 3[x] = 15,8$, b) $2x - 3[x] = 15,8$, kde $[x]$ je funkce „celá část“.