

1. Určete definiční obor funkce

a) $y = \arcsin(x^2 - 3)$, **b)** $y = \operatorname{argch} \frac{x^2 - 1}{x + 3}$.

2. Užitím Heineho definice limity funkce vypočtěte

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 7x - 6}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$, **b)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{4x^2 + x + 9}$.

3. Užitím vlastností elementárních funkcí a vlastností limit vypočtěte

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3)(2x + 1)}{1 + 2x + 3x^2 + 4x^3}$, **b)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^3}{1 + x^2}$, **c)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^3}{1 + x^2}$,

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} \right)$, **e)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + \sqrt{16x^4 + 5x}}{4x^2 - \sqrt{x^4 + 16}}$,

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{2x}$, **g)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^{x-3}$, **h)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x-2} \right)^x$.

ŘEŠENÍ: **1a)** $D(f) = \langle -2; -\sqrt{2} \rangle \cup \langle \sqrt{2}; 2 \rangle$, **1b)** $\left\langle -3; \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{1 + \sqrt{17}}{2}; +\infty \right\rangle$,

2a) 4, **2b)** $\frac{1}{2}$,

3a) $-\frac{3}{5}$, **3b)** $-\infty$, **3c)** $+\infty$,

3d) 1, **3e)** 2,

3f) e^2 , **3g)** e^3 , **3h)** e^2 .

Dobrovolná úloha C: Užitím definice hyperbolických funkcí odvoďte vzorce:

1. $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$,

2. $\operatorname{ch}(x_1 + x_2) = \operatorname{ch} x_1 \operatorname{ch} x_2 + \operatorname{sh} x_1 \operatorname{sh} x_2$,

3. $\operatorname{sh}(x_1 + x_2) = \operatorname{sh} x_1 \operatorname{ch} x_2 + \operatorname{ch} x_1 \operatorname{sh} x_2$.