

- Vypočtete parciální derivace $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, funkce $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.
- Určete $\frac{d^2 y}{dx^2}$ pro funkce dané parametricky:
 - $x = \cos t$, $y = t + \sin t$,
 - $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.
- Vypočtete derivace funkcí daných implicitně:
 - $x^2 - 2xy + y^3 = 1$, $y''(0) = ?$,
 - $\sqrt{2x} + \sqrt[3]{y} = 1$, $y'(2) = ?$.
- Je dána funkce $y = x^2$ na intervalu $\langle -1; 4 \rangle$. Určete pro ni číslo ξ z Lagrangeovy věty, načrtněte obrázek.
- Užitím l'Hospitalova pravidla vypočtete následující limity:
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} 2x}{\sin 4x}$,
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$,
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$,
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$,
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{x^2}}$,
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.
- Najděte rozvoj funkce podle Maclaurinova vzorce až po člen s x^5 (včetně) pro funkce
 - $f(x) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x$,
 - $f(x) = x e^{-x}$,
 - $f(x) = \sqrt{1+x}$.

ŘEŠENÍ:

- $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$.
- $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1 + \cos t}{-\sin^3 t}$
 - $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{3 \cos^4 t \sin t}$.
- $y''(0) = -\frac{2}{3}$,
 - $y'(2) = -\frac{3}{2}$.
- $\xi = \frac{3}{2}$.
- $\frac{1}{2}$,
 - $\frac{1}{3}$,
 - 0,
 - 1,
 - $\frac{1}{e}$,
 - 0.
- $x + \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5$,
 - $x - x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{24}x^5$,
 - $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \frac{7}{256}x^5$.