

- Určete intervaly monotónnosti funkce; uveďte, kde je funkce rostoucí a kde klesající:
a) $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$, **b)** $y = (x-1)^3(2x+3)^2$, **c)** $y = \frac{2x}{\ln x}$, **d)** $y = \frac{1}{10}x^2 - \ln x$.
- Bez použití druhé derivace určete lokální extrémy funkce, ověřte pomocí druhé derivace:
a) $y = 4x - x^2$, **b)** $y = x^2 e^{-\frac{x}{2}}$, **c)** $y = \frac{x}{1+x}$.
- Určete globální extrémy funkce:
a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3$ na $\langle -1; 2 \rangle$, **b)** $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ na $\langle -0,5; 0,5 \rangle$, **c)** $y = 2x + \cos 2x$ na $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.
- Rozhodněte o konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodech funkce:
a) $y = x^5 - 10x^2 + x + 3$, **b)** $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$, **c)** $y = \operatorname{tg} x$,
d) $y = \cos x$, **e)** $y = \operatorname{sh} x$, **f)** $y = \operatorname{arctg} x$, **g)** $y = x^3 - 27x^2$.
- Určete asymptoty funkce:
a) $y = 2x - \arccos \frac{1}{x}$, **b)** $y = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$, **c)** $y = \frac{x^3}{2(1+x)^2}$.

ŘEŠENÍ:

- a)** Rostoucí na $(-\infty; -1)$ a $\langle 2; +\infty)$, klesající na $\langle -1; 2 \rangle$, **b)** rostoucí na $(-\infty; -\frac{3}{2})$ a $\langle \frac{1}{2}; +\infty)$, klesající na $\langle -\frac{3}{2}; \frac{1}{2} \rangle$, **c)** rostoucí na $\langle e; +\infty)$, klesající na $(0; 1)$ a $(1; e)$, **d)** rostoucí na $\langle \sqrt{5}; +\infty)$, klesající na $(0; \sqrt{5})$.
- a)** LMax pro $x = 2$, **b)** LMin pro $x = 0$ a LMax pro $x = 4$, **c)** $\emptyset$.
- a)** GMax pro $x = 0$ a GMin pro $x = 2$, **b)** GMax pro $x = 0$ a GMin pro $x = \pm \frac{1}{2}$, **c)** GMax pro $x = \frac{\pi}{2}$ a GMin pro $x = -\frac{\pi}{2}$.
- a)** Konkávní $(-\infty; 1)$, konvexní $\langle 1; +\infty)$, inflexe pro $x = 1$, **b)** konvexní $(-\infty; -1)$ a $\langle 1; +\infty)$, konkávní $(-1; 1)$, inflexe se nevyskytuje, **c)** konvexní $\langle 0 + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \rangle$, konkávní $\langle -\frac{\pi}{2} + k\pi; 0 + k\pi \rangle$, inflexe pro $x = k\pi$, **d)** konkávní $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, konvexní $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \rangle$, inflexe pro $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, **e)** konkávní $(-\infty; 0)$, konvexní $\langle 0; +\infty)$, inflexe pro $x = 0$, **f)** konkávní $\langle 0; +\infty)$, konvexní $(-\infty; 0)$, inflexe pro $x = 0$, **g)** konkávní $(-\infty; 9)$, konvexní $\langle 9; +\infty)$, inflexe pro $x = 9$.
- a)** $y = 2x - \frac{\pi}{2}$, **b)** $x = -\frac{1}{2}$, $y = x + \frac{1}{e}$, **c)** $x = -1$, $y = \frac{1}{2}x - 1$.

Dobrovolná úloha G: Pro jakou hodnotu parametru α je funkce $y = x^4 + \alpha x^3 + 1,5x^2 + 1$ konvexní na celé reálné ose?