

1. Vypočítejte integrály z racionálních funkcí:

- a) $\int \frac{x^5 - 2x^2 + 5}{x^2 - 4x + 4} dx \quad \left[\frac{x^4}{4} + \frac{4}{3}x^3 + 6x^2 + 30x + 72 \ln|x-2| - \frac{29}{x-2} + C \right],$
- b) $\int \frac{dx}{x^4 + x^2} \quad \left[-\frac{1}{x} - \operatorname{arctg} x + C \right],$
- c) $\int \frac{x^2 + 2}{x^3 - 3x - 2} dx \quad \left[\frac{1}{3} \ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + \frac{2}{3} \ln|x-2| + C \right],$
- d) $\int \frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 + 2x + 5} dx \quad \left[x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C \right],$
- e) $\int \frac{2x+3}{(x^2+2x+5)^3} dx \quad \left[\frac{1}{16} \frac{x-7}{(x^2+2x+5)^2} + \frac{3}{128} \frac{x+1}{x^2+2x+5} + \frac{3}{256} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C \right].$

2. Vhodnou substitucí zjednodušte integrály (bez dopočítání výsledku):

- a) $\int \frac{x^3}{(3x^2+2)^2} dx \quad [x^2 = t],$
- b) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(x^8+1)^2}} \quad [x^4 = t],$
- c) $\int \frac{x^5 dx}{x^{12}-1} \quad [x^6 = t].$

3. Převedte na integrál z racionální funkce (bez dopočítání výsledku):

- a) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}} \quad \left[3 \int \frac{t^2}{1+t} dt \right],$
- b) $\int \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{x}} dx \quad \left[6 \int \frac{t^2+1}{t^2} dt \right],$
- c) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2(x-1)}} \quad \left[3 \int \frac{dt}{1-t^3} \right],$
- d) $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)^3(x-2)}} \quad \left[2 \int dt \right].$

4. Užitím dvou Eulerových substitucí převedte na integrály z racionálních funkcí (které již nemusíte dopočítávat):

- a) b) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+2x+1}} \quad \left[\boxed{1.\text{ES}} \int \frac{dt}{1-2t}, \quad \boxed{2.\text{ES}} 2 \int \frac{dt}{4-t^2} \right],$
- c) d) $\int \frac{x dx}{\sqrt{4+2x-x^2}} \quad \left[\boxed{2.\text{ES}} 4 \int \frac{2t-1}{(t^2+1)^2} dt, \quad \boxed{\begin{matrix} 3.\text{ES} \\ \lambda = 1+\sqrt{5} \end{matrix}} 2 \int \frac{(1-\sqrt{5})-t^2(1+\sqrt{5})}{(1-t^2)^2} dt \right].$