

1. Dané integrály převedte užitím goniometrických substitucí a pravidel pro integraci goniometrických funkcí na integrály z racionálních funkcí (které již nemusíte dopočítávat):

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad \left[-a^3 \int (1 - t^2) dt \right], \\ \text{b) } & \int \sqrt{x^2 - 2x + 10} dx \quad \left[6 \int \frac{dt}{(1 - t^2)^2} \right], \\ \text{c) } & \int \sqrt{4x - x^2} dx \quad \left[4 \int dt - 16 \int \frac{z^2}{(1 + z^2)^3} dz \right], \\ \text{d) } & \int \sqrt{(x^2 - 1)^3} dx \quad \left[\int \frac{y^4}{(1 - y^2)^3} dy \right]. \end{aligned}$$

2. Pomocí Eulerových vzorců vypočítejte $\int e^{2x} \sin x dx \quad \left[\frac{e^{2x}}{5} (2 \sin x - \cos x) + C \right]$.

3. Vypočítejte užitím Newtonova vzorce s tím, že nejprve najdete potřebné funkce primitivní:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int_{-\pi}^{\pi} \cos^5 x dx \quad [0], \\ \text{b) } & \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin x} \quad [\approx 0,768], \\ \text{c) } & \int_0^{\pi/2} \cos 2x \sin 4x dx \quad \left[\frac{2}{3} \right], \\ \text{d) } & \int_0^{2\pi} \cos x \cos 3x \cos 5x dx \quad [0]. \end{aligned}$$

4. Vypočítejte $I = \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^3 x dx$ takto: Čtyřmi různými substitucemi převedte příslušný neurčitý integrál $\int \operatorname{tg}^3 x dx$ na integrál z racionální funkce, z těchto čtyř výsledků vyberte ten nejjednodušší a příklad dopočítejte jen tímto jedním způsobem.

$$\left[\begin{array}{l} \boxed{\cos x = t} \int \frac{t^2 - 1}{t^3} dt, \quad \boxed{\sin x = t} \int \frac{t^3}{(1 - t^2)^2} dt, \quad \boxed{\operatorname{tg} x = t} \int \frac{t^3}{1 + t^2} dt, \\ \boxed{\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t} \quad 16 \int \frac{t^3 dt}{(1 - t^2)^3 (1 + t^2)}; \quad I = \left(\ln \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{1}{2} \end{array} \right]$$

Dobrovolná úloha H:

H1. Vypočítejte $\int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$.

H2. Vypočítejte $\int \frac{\ln x}{\sqrt{1 - x}} dx$.