

1. Příklady na 1 řádek:

- a) $\int_{\pi/2}^{\pi} \sqrt{1 + \cos x} \, dx \quad \left[2(\sqrt{2} - 1)\right],$
 b) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3 x + 1}{\cos^2 x} \, dx \quad \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 1\right],$
 c) $\int \frac{(\sin x - \cos x)^2}{\sin 2x} \, dx \quad \left[\frac{1}{2} \ln |\operatorname{tg} x| - x + C\right],$
 d) $\int \sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) \, dx \quad \left[-\cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + C\right].$

2. Vypočtete $\int_{-2}^5 (|x + 1| - 3|x - 3|) \, dx \quad [-25].$

3. Podle věty o střední hodnotě integrálního počtu určete střední hodnotu μ funkce:

- a) $y = \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1}$ na $4, 9 \quad \left[\mu = \frac{23}{15}\right],$
 b) $y = \sin \sqrt{x}$ na $0, \pi^2 \quad \left[\mu = \frac{2}{\pi}\right].$

4. Aniž počítáte integrály $A = \int_a^b x \, dx$ a $B = \int_c^d x^2 \, dx$, rozhodněte a odůvodněte, který z nich je větší. Výsledky až poté ověřte výpočtem integrálů.

- a) $a = c = 0, b = d = 1 \quad [A > B],$
 b) $a = c = 1, b = d = 2 \quad [A < B],$
 c) $a = -1, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}, d = 1 \quad [A < B].$

5. Vypočtete obsah obrazce ohraničeného křivkami:

- a) parabolou $y = 6x - x^2$ a osou $x \quad [36],$
 b) parabolou $y^2 = 4x$ a přímkou $x - 2y - 1 = 0 \quad \left[-32\sqrt{5} + \frac{304}{3}\right].$

Dobrovolná úloha I:

Užitím metody per partes odvoďte rekurentní vzorce pro integrály

$$S_{2m} = \int \sin^{2m} x \, dx, \quad C_{2m} = \int \cos^{2m} x \, dx.$$