

1. Vypočtete obsah elipsy $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 - a) při vyjádření explicitním,
 - b) při vyjádření parametrickém.
2. Vypočtete délku oblouku paraboly $y = \frac{x^2}{2p}$ od jejího vrcholu po bod $[\sqrt{2p}, 1]$.
3. Vypočtete obsah a délku kardioidy

$$\rho = a(1 + \cos \varphi), \quad \varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

4. Je dána cykloida

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t), \quad t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

- a) Vypočtete její délku,
 - b) vypočtete obsah obrazce ohraničeného cykloidou a osou x ,
 - c) vypočtete těžiště obrazce z bodu b) tohoto příkladu,
 - d) vypočtete těžiště jednoho oblouku cykloidy.
5. Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací grafu funkce f kolem osy x na $\langle 0, a \rangle$:
 - a) $y = \operatorname{tg} x$, kde $a \in (0, \pi/2)$,
 - b) $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$, kde $a > 0$ (katenoid).

Dobrovolná úloha J:

- H1. Je dána kružnice $x^2 + y^2 = r^2$. Zjistěte, který ze dvou bodů má větší y -ovou souřadnici, zda těžiště horního půlkruhu nebo těžiště horní půlkružnice.