

[Pro řešení diferenciálních rovnic jsou v hranaté závorce uvedeny výsledky.]

1. Je dána soustava křivek $y = a - t - \ln(2t - 1)$. Najděte oba systémy izogonálních trajektorií, které protínají křivky zadaného systému pod úhlem $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

$$\left[y = t^2 + C, \quad y = \ln \frac{C}{\sqrt{t}} \right]$$

2. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice $(ty' + 3y)^2 = 7t$.
(Návod: Nejprve řešte kvadratickou rovnici.)

$$\left[y = \frac{C}{t^3} \pm \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{7}} \right]$$

V dalších příkladech:

Pokud je řada zadána několika prvními členy, určete a_n ; pokud je řada zadána n -tým členem, zapíšte několik jejích členů pro $n = 1, 2, 3, \dots$

3. Užitím rozkladu zlomků vypočtěte součet řady

a) $\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots, \quad \left[\frac{3}{2} \right]$

b) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 17} + \dots. \quad \left[\frac{1}{4} \right]$

4. Užitím geometrických řad určete, pro která x konverguje daná řada, a vypočtěte její součet:

a) $\sum \left(\frac{x}{1+x} \right)^n, \quad \left[x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right), \quad s(x) = x \right]$

b) $\sum \left(3 - \frac{1}{x-2} \right)^n, \quad \left[x \in \left(\frac{9}{4}; \frac{5}{2} \right), \quad s(x) = \frac{7-3x}{2x-5} \right]$

c) $\sum \frac{1}{(1+x)^n}, \quad \left[x \in (-\infty; -2) \cup (0; \infty), \quad s(x) = \frac{1}{x} \right]$

d) $\sum \frac{(x-2)^n}{2^{n-1}}, \quad \left[x \in (0; 4), \quad s(x) = \frac{4-2x}{x-4} \right]$

[Pro řešení diferenciálních rovnic jsou v hranaté závorce uvedeny výsledky.]

1. Je dána soustava křivek $y = a - t - \ln(2t - 1)$. Najděte oba systémy izogonálních trajektorií, které protínají křivky zadaného systému pod úhlem $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

$$\left[y = t^2 + C, \quad y = \ln \frac{C}{\sqrt{t}} \right]$$

2. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice $(ty' + 3y)^2 = 7t$.
(Návod: Nejprve řešte kvadratickou rovnici.)

$$\left[y = \frac{C}{t^3} \pm \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{7}} \right]$$

V dalších příkladech:

Pokud je řada zadána několika prvními členy, určete a_n ; pokud je řada zadána n -tým členem, zapíšte několik jejích členů pro $n = 1, 2, 3, \dots$

3. Užitím rozkladu zlomků vypočtěte součet řady

a) $\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots, \quad \left[\frac{3}{2} \right]$

b) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 17} + \dots, \quad \left[\frac{1}{4} \right]$

4. Užitím geometrických řad určete, pro která x konverguje daná řada, a vypočtěte její součet:

a) $\sum \left(\frac{x}{1+x} \right)^n, \quad \left[x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right), \quad s(x) = x \right]$

b) $\sum \left(3 - \frac{1}{x-2} \right)^n, \quad \left[x \in \left(\frac{9}{4}; \frac{5}{2} \right), \quad s(x) = \frac{7-3x}{2x-5} \right]$

c) $\sum \frac{1}{(1+x)^n}, \quad \left[x \in (-\infty; -2) \cup (0; \infty), \quad s(x) = \frac{1}{x} \right]$

d) $\sum \frac{(x-2)^n}{2^{n-1}}, \quad \left[x \in (0; 4), \quad s(x) = \frac{4-2x}{x-4} \right]$