

1. Příklady na 1 řádek:

a) $\int_{\pi/2}^{\pi} \sqrt{1 + \cos x} \, dx \quad [2(\sqrt{2} - 1)],$

b) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3 x + 1}{\cos^2 x} \, dx \quad \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 1 \right].$

2. Vypočtete $\int_{-2}^5 (|x + 1| - 3|x - 3|) \, dx \quad [-25].$

3. Metodou substituční (transformace mezi) nebo per partes vypočtete hodnotu určitého integrálu:

a) $\int_0^1 \ln(x + 1) \, dx \quad [2 \ln 2 - 1, \quad (\text{p.p.})],$

b) $\int_{\frac{1}{e}}^{e^3} \frac{1 + \ln x}{x} \, dx \quad [8, \quad (\text{subst.})],$

c) $\int_0^{\ln 3} e^x \sqrt{1 + e^x} \, dx \quad \left[\frac{16 - 4\sqrt{2}}{3}, \quad (\text{subst.}) \right].$

4. Aniž počítáte integrály $A = \int_a^b x \, dx$ a $B = \int_c^d x^2 \, dx$, rozhodněte a odůvodněte, který z nich je větší. Výsledky až poté ověřte výpočtem integrálů.

a) $a = c = 0, b = d = 1 \quad [A > B],$

b) $a = c = 1, b = d = 2 \quad [A < B],$

c) $a = -1, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}, d = 1 \quad [A < B].$

5. Vypočtete obsah obrazce ohraničeného křivkami:

a) parabolou $y = 6x - x^2$ a osou $x \quad [36],$

b) parabolou $y^2 = 4x$ a přímkou $x - 2y - 1 = 0 \quad \left[-32\sqrt{5} + \frac{304}{3} \right].$

Dobrovolná úloha I:

Užitím metody per partes odvoďte rekurentní vzorce pro integrály

$$S_{2m} = \int \sin^{2m} x \, dx, \quad C_{2m} = \int \cos^{2m} x \, dx.$$