

1. Podle věty o střední hodnotě integrálního počtu určete střední hodnotu μ funkce:

a) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ na $\langle 4, 9 \rangle$ $\left[\mu = \frac{23}{15} \right]$,

b) $y = \sin \sqrt{x}$ na $\langle 0, \pi^2 \rangle$ $\left[\mu = \frac{2}{\pi} \right]$.

2. Vypočtěte obsah elipsy $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

a) při vyjádření explicitním,

b) při vyjádření parametrickém.

$$[\pi ab]$$

3. Vypočtěte délku oblouku paraboly $y = \frac{x^2}{4}$ od jejího vrcholu po bod $[2, 1]$.

$$\left[\sqrt{2} - \ln(\sqrt{2} - 1) \right]$$

4. Vypočtěte obsah a délku kardioidy

$$\rho = a(1 + \cos \varphi), \quad \varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

5. Je dána cykloida

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t), \quad t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

a) Vypočtěte její délku,

b) vypočtěte obsah obrazce ohraničeného cykloidou a osou x .

6. Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací grafu funkce f kolem osy x na $\langle 0, a \rangle$:

a) $y = \operatorname{tg} x$, kde $a \in (0, \pi/2)$,

b) $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$, kde $a > 0$ (katenoid).