

1. Zjednodušte výraz

$$\frac{(a+2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{1}{a^2 - 1}$$

a určete, pro jaké hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ má smysl.

2. Určete počet průsečíků grafů funkcí
- f
- a
- g
- na intervalu
- $\langle 0, 2\pi \rangle$
- , kde

$$f(x) = \operatorname{tg} x, \quad g(x) = \frac{\pi - x}{2}.$$

3. Součet dvou reálných (kladných) čísel je roven 11, součet jejich dekadických logaritmů je roven 1. Určete tato čísla.

4. Uvažujme funkci

$$f(x) = \left(\frac{m-1}{m-3} \right)^x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Určete, pro které hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ je funkce rostoucí. (POZOR: Ne pro všechny hodnoty m je funkce definována!)

5. Řešte v intervalu
- $(0, \frac{3}{2}\pi)$
- rovnici

$$2 \cos^2 x = \cos x.$$

6. Řešte v
- \mathbb{R}
- rovnici

$$7^{\log_{\frac{1}{2}} x} = \frac{1}{49}.$$

7. Vypočtěte

$$\log_8 \sqrt{8} - \log_8 \sqrt[4]{8^3} + \log_8 \sqrt[4]{8^5}.$$

8. Vypočtěte

$$\sin \frac{7}{3}\pi - \cos \frac{13}{6}\pi.$$

9. Řešte v
- \mathbb{R}
- rovnici

$$\log(x-1) - 1 = \log x.$$

10. Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \sqrt{\frac{2+3x}{3-2x}}.$$

(Je třeba určit, pro která $x \in \mathbb{R}$ má předpis funkce f smysl.)

11. Určete obor hodnot funkce

$$f(x) = 2^{x-3} - 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

12. Určete rovnici přímky ($y = kx + q$), která prochází bodem $A = (1, -2)$ a má směrnici $\frac{3}{2}$.

13. Zjednodušte výraz

$$\sqrt{\frac{1}{a} \sqrt{a\sqrt{a}}}.$$

14. Řešte v \mathbb{R} nerovnici

$$|x - 1| \leq |2x - 3|.$$

15. Zjednodušte výraz

$$\left(\left(\frac{n+2}{n-2} \right)^3 : \frac{n^3 + 4n^2 + 4n}{3n^2 - 12n + 12} \right) \cdot \frac{n}{3}.$$

16. Řešte v \mathbb{R} rovnici

$$\sqrt{x^2 - 8} - \sqrt{3x + 2} = 0.$$

17. Zjistěte, pro které hodnoty $x \in \mathbb{R}$ je funkce

$$f(x) = (x - 2)^2 + (x + 1)(x - 2) \cdot 2$$

kladná (záporná, nulová).

18. Vyřešte rovnice a nerovnice v \mathbb{R} :

a) $\log(x - 1) \geq 0$, **b)** $e^{x-1} < 1$, **c)** $|x - 2| > 3$, **d)** $|x - a| < \varepsilon$, **e)** $x^2 - x < 0$.

19. Načrtněte grafy funkcí (podle pokynů, pro rozumný rozsah proměnné x):

a) Vždy $y = \sin x$ a postupně $y = \sin 2x$, $y = \sin \frac{x}{2}$, $y = 2 \sin x$, $y = \sin(2x + \pi)$
(tedy dohromady čtyři obrázky).

b) Do jednoho obrázku $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = -e^x$, $y = e^{x+1}$, $y = e^{x-1}$.

c) Do jednoho obrázku $y = |x|$, $y = |2x|$, $y = |x - 1|$, $y = |x| - 1$.

d) Do jednoho obrázku $y = \arctg x$, $y = \arctg 2x$, $y = \arctg(x + 5)$, $y = \arctg(x) + 5$.

e) Do jednoho obrázku $y = \ln x$, $y = \ln 2x$, $y = \ln(x + 5)$, $y = -\ln(-x) + 5$.