Písemka	P1–A	ZS-2013

4. listopadu 2013

KMA-MA2AA

VZOR..................

1. Ověřte, že k funkci $f : y = \dfrac{x-3}{x+2}$ existuje inverzní funkce a najděte ji.
2. Určete definiční obor funkce $f : y = \ln \dfrac{e^x - 1}{e^x}$.
3. Pomocí grafu $f : y = \ln x$ nakreslete grafy následujících funkcí:

   (a) $f : y = \ln(-x)$, (c) $f : y = \ln|x|$, (e) $f : y = \ln(1-x)$.

   (b) $f : y = -\ln x$, (d) $f : y = 1 + \ln x$,

1 Je prostá? $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (x_1, x_2 \in D(f))$

$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$\frac{x_1 - 3}{x_1 + 2} = \frac{x_2 - 3}{x_2 + 2} \quad \Big| \cdot \underset{\neq 0}{(x_1+2)} \cdot \underset{\neq 0}{(x_2+2)}$$

$$(x_2+2)(x_1-3) = (x_2-3)(x_1+2)$$

$$x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2 - 6 = x_1x_2 - 3x_1 + 2x_2 - 6 \quad \Big| -(x_1x_2), +6$$

$$2x_1 - 3x_2 = -3x_1 + 2x_2$$

$$5x_1 = 5x_2$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \text{je prostá na } D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$\Rightarrow \exists$ inverze

Inverzní fce:

$$f^{-1}: x = \frac{y-3}{y+2} \quad \Big| \cdot \underset{\neq 0}{(y+2)}$$

$$x(y+2) = y - 3$$

$$xy + 2x = y - 3$$

$$xy - y = -2x - 3$$

$$y(x-1) = -2x - 3$$

$$y = \frac{-2x-3}{x-1}$$

$$f^{-1}: y = \frac{2x+3}{1-x}, \quad D(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \{1\} = H(f)$$

$$H(f^{-1}) = D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

② $f: y = \ln \frac{e^x-1}{e^x}$, $D(f) = ?$

Podmínky: ln: $\frac{e^x-1}{e^x} > 0 \rightarrow \underset{\text{vždy}}{e^x>0}$, musí být $e^x-1>0$

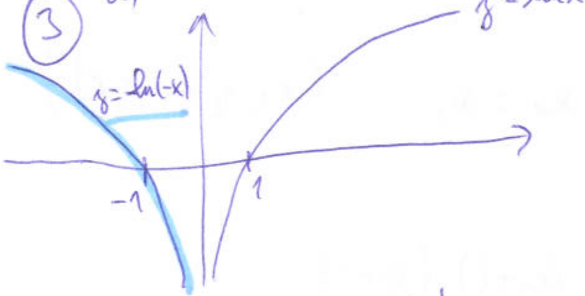
$e^x>1 \Rightarrow \boxed{x>0}$

zlomek: $e^x \neq 0 \rightarrow$ jelikož $e^x>0, x\in\mathbb{R}$, je splněna vždy $(x\in\mathbb{R})$

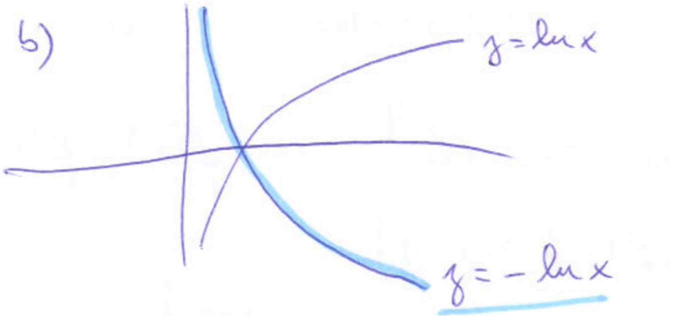
$x>0 \wedge x\in\mathbb{R} \Rightarrow x\in(0,+\infty)$

$\underline{\underline{D(f) = (0,+\infty)}}$

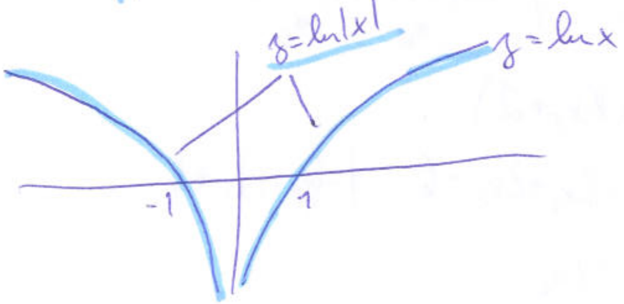
③ a)



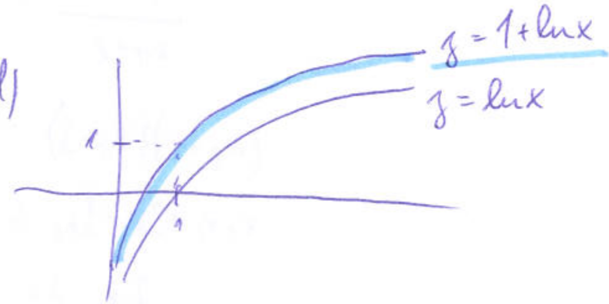
b)



c)



d)



e)