Písemka **P1–B** ZS-2011

1. prosince 2011

KMA-MAF1

VZOR ....

1. S využitím věty o třech limitách (o sevření) vypočtěte $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\cos\frac{n^2+1}{2n-1}$.

2. Vypočtěte $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$.

3. Vypočtěte první derivaci funkce $f : y = \operatorname{arctg}\Big(3^{2x+\sin x^2} + \sin\big(\cos(\ln(2x+3))\big)\Big)$.

(1)

$$\frac{1}{n}(-1) \leq \frac{1}{n}\cos\frac{n^2+1}{2n-1} \leq \frac{1}{n}\cdot 1$$

$$\left(\lim_{n\to\infty} -\frac{1}{n} = 0 \ \wedge\ \lim_{n\to\infty} +\frac{1}{n} = 0\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\cos\frac{n^2+1}{2n-1} = \underline{\underline{0}}$$

(2)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{LP}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{\cos 3x}\cdot(-\sin 3x)\cdot 3}{\frac{1}{\cos 2x}\cdot(-\sin 2x)\cdot 2} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-3\,\mathrm{tg}\,3x}{-2\,\mathrm{tg}\,2x} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{LP}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\frac{-3}{\cos^2 3x}\cdot 3}{\frac{-2}{\cos^2 2x}\cdot 2} = \left[\frac{-9}{-4}\right] = \underline{\underline{\frac{9}{4}}}$$

(3)

$$f'(x) = \frac{1}{1+\left(3^{2x+\sin x^2} + \sin(\cos(\ln(2x+3)))\right)^2}\cdot$$

$$\cdot\left[3^{2x+\sin x^2}\cdot\ln 3\cdot(2+\cos x^2\cdot 2x) + \cos(\cos(\ln(2x+3)))\cdot(-\sin(\ln(2x+3)))\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{1}{2x+3}\cdot 2\right]$$