

KMA/MAT1 Přednáška č. 2,

1. října 2013

Algebraické výrazy [EG, kapitola 1.3]

Polynomy

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Terminologie:

- stupeň polynomu
- kvadratický polynom
- prvního a nultého stupně
- nulový polynom

Rozklad polynomu na součin v reálném (komplexním) oboru.
Dělení polynomu polynomem.

Úloha 1. Na součin převed'te $x^3 - 8$. [Odhad $x_1 = 2$, potom dělení.]

Vzorce

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$
- $a^r : a^s = a^{r-s}$

- $(a^r)^s = a^{rs}$
- $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}, \quad b \neq 0$
- $a^{-r} = \frac{1}{a^r}, \quad a \neq 0$

Úloha 2 (EG, Př. 1.3.1 na str. 21). : Zjednodušte algebraický výraz

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)^{-2} \left(b - \frac{1}{a}\right)^{-3} \left(ab - \frac{1}{ab}\right)^2 = \dots = \frac{a}{ab - 1}, \quad b \neq 0, a \neq 0, ab \neq \pm 1.$$

Vzorce s odmocninami

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \quad b \neq 0$
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a^m}\right) = a^{\frac{m}{n}}, \quad m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[p]{a} = \sqrt[np]{a^p}, \quad p \in \mathbb{N}$

Úloha 3 (EG, Př. 1.3.3 na str. 23). Upravte

$$\frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[12]{x^{11}}} = \dots = x, \quad x > 0.$$

Další příklady s racionálními lomenými funkcemi

Úloha 4 (EG, Př. 1.3.4 na str. 24). Upravte:

$$\begin{aligned} a) \quad & \frac{x^3 - 8}{x^2 + 5x - 14} : \frac{2x^2 + 4x + 8}{x^2 - 49} = \dots = \frac{x - 7}{2}, \quad x \neq 2, x \neq \pm 7, \\ b) \quad & \frac{2x^2 - 2x + 2}{x^2 - 25} : \frac{x^3 + 1}{x^2 - 4x - 5} = \dots = \frac{2}{x + 5}, \quad x \neq \pm 5, x \neq -1. \end{aligned}$$