KMA/MAT1 Přednáška č. 3,

Kombinatorika a úvod do pravděpodobnosti

2. října 2014

1 Kombinatorika

	Bez opakování	S opakováním
Variace	$V_k(n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$	$V_k^*(n) = n^k$
Permutace	$P(n) = n!$	$P^*(n) = \dfrac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}$
Kombinace	$C_k(n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$	$C_k^*(n) = \dbinom{n+k-1}{k} = \dfrac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$

- Variace k-té třídy z n prvků:

  = uspořádané skupiny o k prvcích vybraných z n prvků.

- Permutace n prvků:

  = uspořádané n-tice vybrané z n prvků.

- Kombinace k-té třídy z n prvků:

  = (neuspořádané) skupiny o k prvcích vybraných z n prvků.

1.1 Počet variací k-té třídy z n prvků bez opakování

$$\boxed{V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}.}$$

Úloha 1.1. *Je dána množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Z prvků této množiny máme vytvářet dvojice, přičemž záleží na pořadí a prvky se nemohou opakovat.*

1.2 Počet variací k-té třídy z n prvků s opakováním

$$\boxed{V_k^*(n) = n^k.}$$

Úloha 1.2. *Kolik existuje trojciferných čísel, které lze zapsat užitím cifer 1, 2, 3, 4 a 5?*

1.3 Počet permutací n prvků bez opakování

$$\boxed{P(n) = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.}$$

1.4 Počet permutací n prvků s opakováním

$$\boxed{P^*(n) = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}}$$

Úloha 1.3. *Kolik různých šesticiferných čísel lze vytvořit z číslic 1, 2, 2, 3, 3, 3?*

1.5 Počet kombinací k-té třídy z n prvků bez opakování

$$\boxed{C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.}$$

Úloha 1.4. *Jaký je vztah mezi počty variací a kombinací k-té třídy z n prvků bez opakování?*

1.6 Počet kombinací k-té třídy z n prvků s opakováním

$$\boxed{C_k^*(n) = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!}.}$$

Úloha 1.5. *Zjistěte, kolik existuje různých kvádrů, pro něž platí, že délka každé jejich hrany je přirozené číslo z intervalu* $\langle 2;15 \rangle$.

2 Pravděpodobnost

$$P(A) = \frac{\text{počet příznivých výsledků jevu}}{\text{počet všech možných výsledků}} \Longrightarrow 0 \leq P(A) \leq 1.$$

- $P(A) = 0$ — nemožný jev;
- $P(A) = 1$ — jistý jev;
- $P(A') = 1 - P(A)$ — past opačného jevu;

Úloha 2.1. *Vypočtěte pravděpodobnost uhádnutí všech šesti čísel při tažení šesti čísel ze čtyřiceti devíti.*

Řešení.

$$P(A) = \frac{1}{C_6(49)} = \frac{1}{\frac{49!}{6!43!}} = \frac{1}{13\,983\,816} \doteq 7{,}1 \cdot 10^{-8} = 0{,}000\,000\,071.$$

□