

KMA/MAT1 Cvičení č. 9,

16. listopadu 2015

9 Funkce 1: vlastnosti, elementární

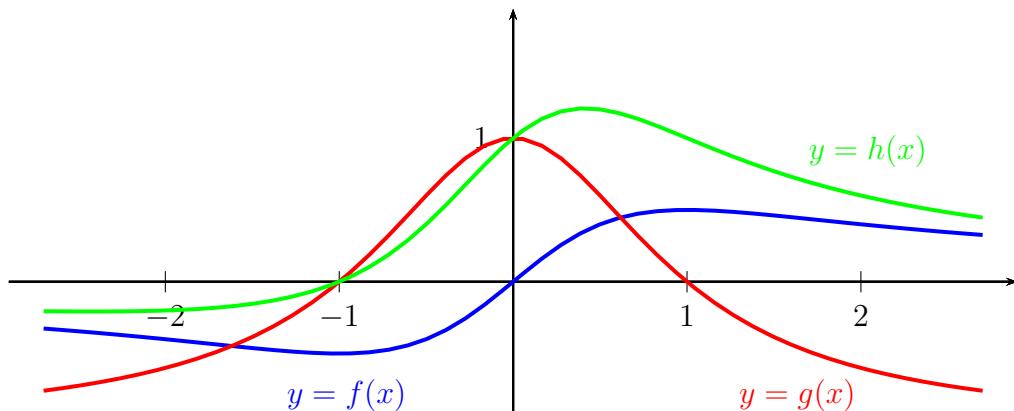
9.1 Parita

Úloha 1 (ŠK-3.17). Určete paritu následujících funkcí:

a) $f : y = \frac{x}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$, [lichá]

b) $g : y = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$, [sudá]

c) $h : y = \frac{1 + x}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$. [ani lichá, ani sudá]



Obrázek 1: Grafy k úloze 1: $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, $g(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$ a $h(x) = \frac{1 + x}{x^2 + 1}$.

9.2 Inverzní funkce

Věta 9.1 (ŠK-3.26). *Nechť f je prostá funkce a f^{-1} funkce k ní inverzní. Potom platí*

- (a) f^{-1} je prostá funkce.
- (b) Je-li f rostoucí (klesající), potom je f^{-1} také rostoucí (klesající).

Úloha 2 (ŠK-3.27). *Ověřte, že k funkci $f : y = \frac{x+2}{x-3}$ existuje inverzní funkce. Jestliže ano, tak ji najděte.*

Výsledky.

- Funkce f je prostá,

- $f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-1}$,
- $D(f) = H(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$,
- $H(f) = D(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Grafy: viz obrázek 2.

□

9.3 Transformace grafu funkce

Úloha 3. *Pomocí grafu funkce $f : y = x^2$ nakreslete grafy funkcí s funkčním předpisem $f_1(x) = -x^2$, $f_2(x) = (x-1)^2$, $f_3(x) = (x+2)^2$ a $f_4(x) = -\frac{1}{2}x^2$.*

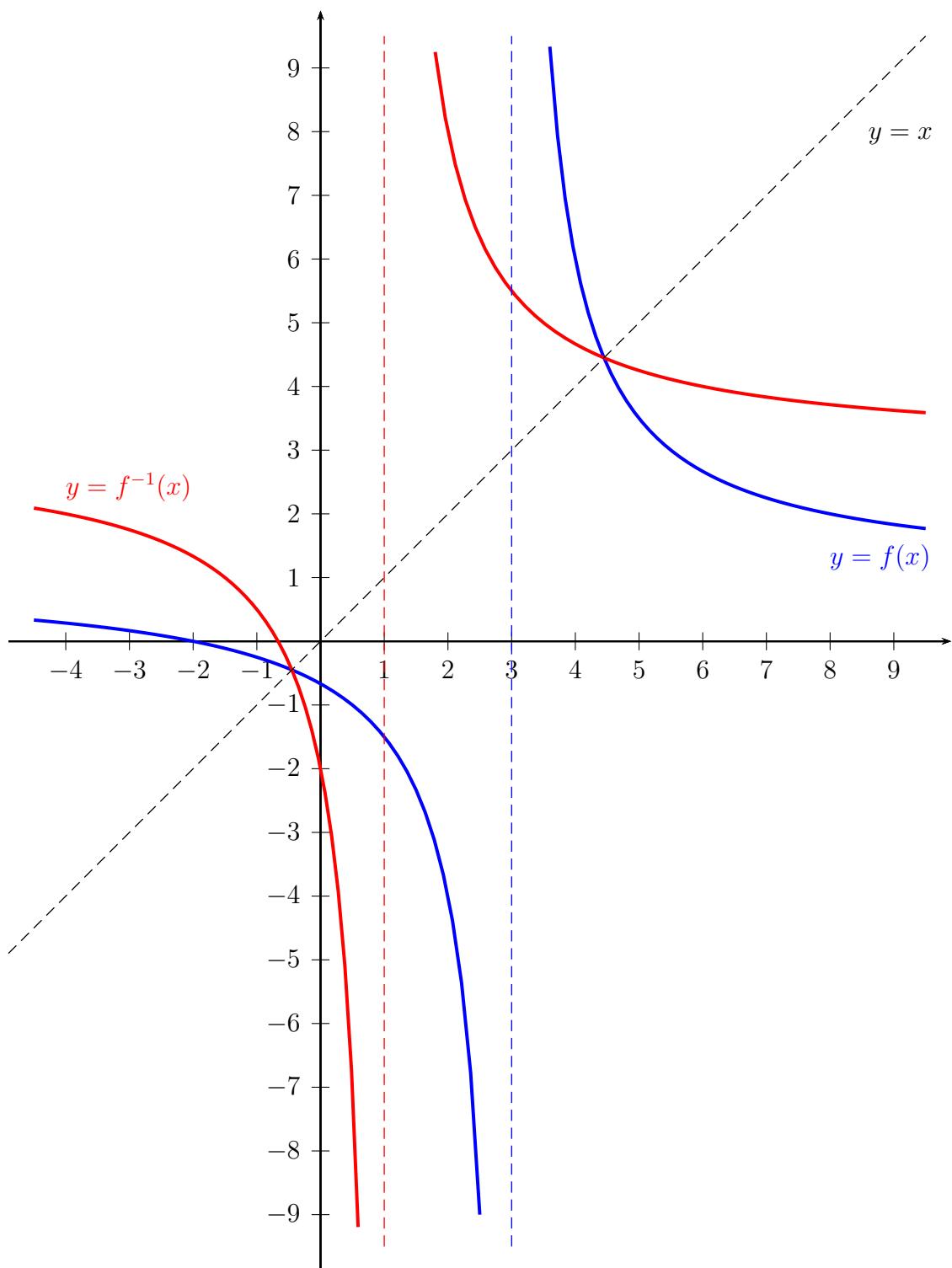
Výsledky. Grafy: viz obrázek 3.

□

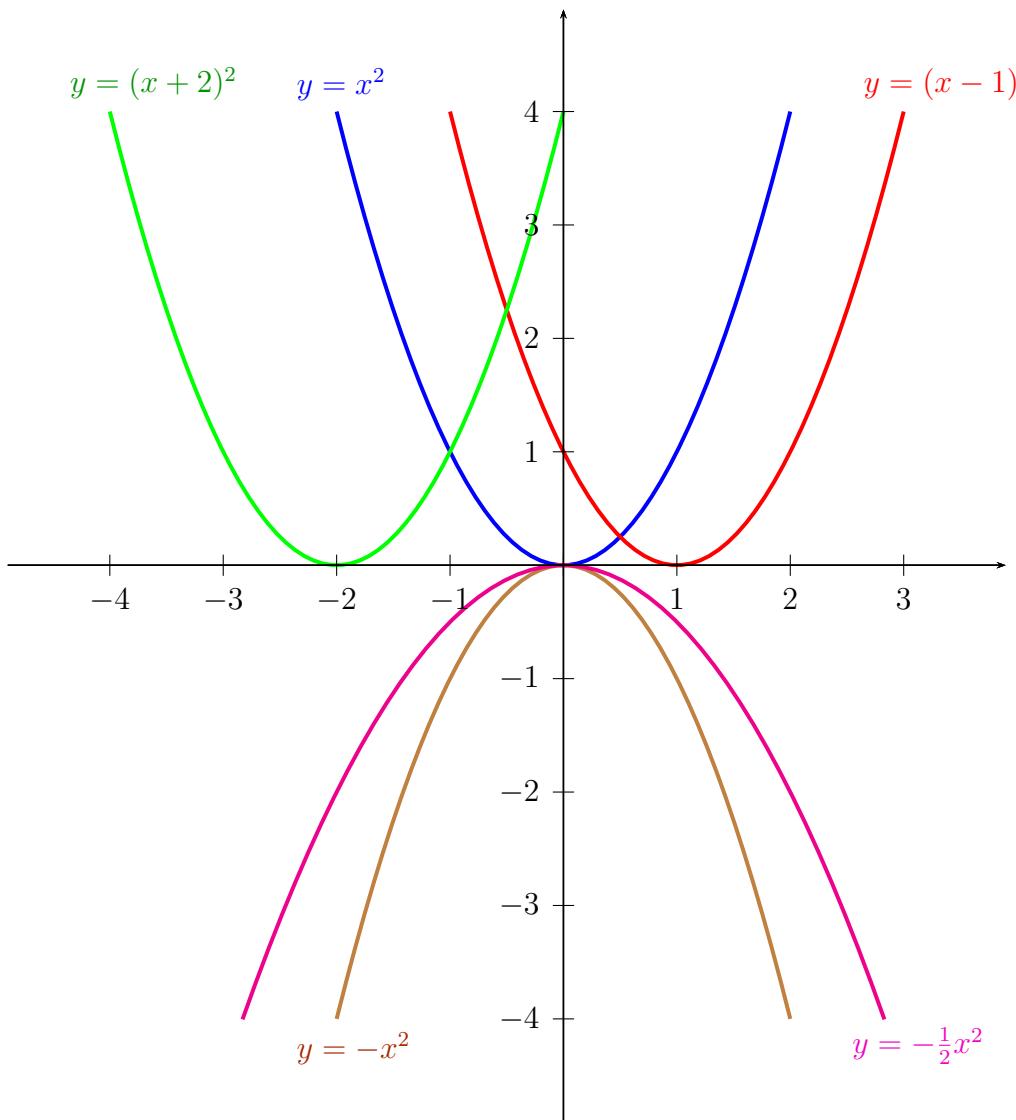
Úloha 4. *Pomocí grafu funkce $f_0 : y = |x|$ nakreslete graf funkce s funkčním předpisem $f(x) = -|x-2| + 3$.*

Výsledky. Postupně kreslíme grafy funkcí $f_1(x) = |x-2|$ (posun grafu o 2 doprava), $f_2(x) = -|x-2|$ (převrácení grafu kolem ody x) a nakonec $f(x) = -|x-2| + 3$ (posun o 3 nahoru). Grafy: viz obrázek 4.

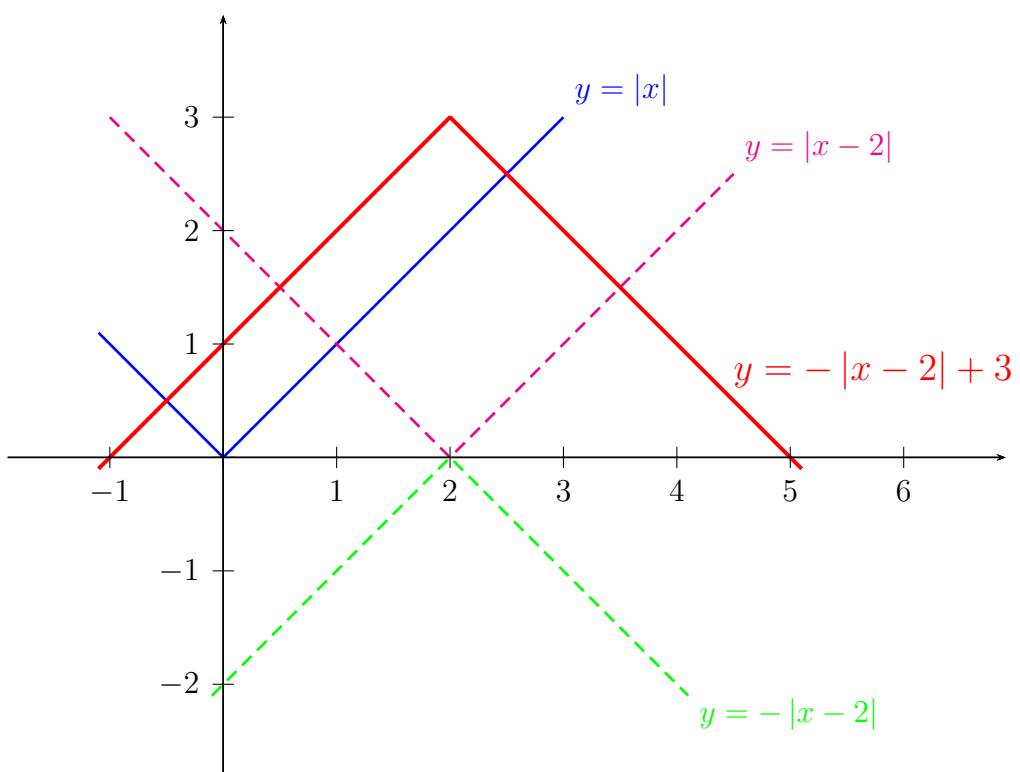
□



Obrázek 2: Grafy k úloze 2: $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ a $f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-1}$.



Obrázek 3: Grafy k úloze 3: $f(x) = x^2$, $f_1(x) = -x^2$, $f_2(x) = (x - 1)^2$, $f_3(x) = (x + 2)^2$ a $f_4(x) = -\frac{1}{2}x^2$.



Obrázek 4: Grafy k úloze 4: $f_0(x) = |x|$, $f_1(x) = |x - 2|$, $f_2(x) = -|x - 2|$ a $f(x) = -|x - 2| + 3$.

Elementární funkce

Základní elementární funkce:

- exponenciální a logaritmické,
- mocninné,
- goniometrické a cyklometrické,
- hyperbolické a hyperbolometrické.

Elementární funkce: funkce, které lze vytvořit ze zákl. elem. fcí pomocí konečného počtu operací

- sčítání,
- odčítání,
- násobení,
- dělení a
- skládání.

9.4 Funkce exponenciální a logaritmická

Definice, vzorečky, grafy, vlastnosti z [ŠK], str. 64 a dál.

Úloha 5 (ŠK-4.3). Určete definiční obor funkce $f : y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x-3}{x+3}$.

Výsledky. $D(f) = (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$. □

Úloha 6 (ŠK-4.6). Určete definiční obor funkce $f : y = \sqrt{\ln(x^2 - 1)}$.

Výsledky. $D(f) = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$. □

Příklady k procvičení (str. 71-72) 1, 2, 3, 7 a 8.

Když zbude čas, tak další z příkladů k procvičení.