

KMA/MAT1 Cvičení č. 4,
Pravděpodobnost a statistika
4. října 2016

1 Pravděpodobnost

Úloha 1. *Vypočtěte pravděpodobnost uhádnutí právě tří čísel při tažení šesti čísel ze čtyřiceti devíti.*

Řešení. Tipujeme 6 čísel. Počítáme pravděpodobnost vylosování právě 3 čísel z těchto 6. Existuje $C_3(6)$ možných trojic našich čísel. Ke každé z těchto trojic je $C_3(43)$ možností, jak doplnit naši vylosovanou trojici trojicí čísel mimo náš tip ($49 - 6 = 43$).

Celkový počet možností, kdy ve vylosované šestici jsou právě tři čísla z našeho tipu je tedy roven součinu těchto hodnot. Výsledná pravděpodobnost:

$$P(A) = \frac{\text{počet trojic z tipu} \times \text{počet trojic mimo tip}}{\text{celkový počet šestic}} = \frac{C_3(6) \cdot C_3(43)}{\frac{49!}{6!43!}} \doteq 0,01765.$$

□

1.1 Sčítání pravděpodobností

- $A \cup B$ — nastává alespoň jeden z jevů A a B ;
- $A \cap B$ — nastávají oba jevy A a B ;
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;
- Nezávislé jevy:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B);$$

Úloha 2. *Hod dvěma kostkami, bílou a černou:*

- *Jev A : na bílé kostce padne číslo ≥ 3 ;*
- *Jev B : na černé kostce padne číslo ≤ 3 .*

$P(A) = ?$, $P(B) = ?$, $P(A \cap B) = ?$ a $P(A \cup B) = ?$.

$\left(\begin{array}{l} \text{Hodnota} \\ \text{na bílé} \\ \text{kostce} \end{array} , \begin{array}{l} \text{Hodnota} \\ \text{na černé} \\ \text{kostce} \end{array} \right)$

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

- $P(A) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}, \quad P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2},$
- $P(A \cap B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \left(= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \right), \quad P(A \cup B) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}.$

Úloha 3. *Jaká je past, že ve skupině n lidí jsou alespoň dva, kteří mají narozeniny ve stejný den v roce?*

Řešení. • jev A_n : ...

- opačný jev A'_n : „žádní dva lidé nemají společné narozeniny“.

$$P(A_n) = 1 - P(A'_n) = 1 - \frac{V_n(365)}{V_n^*(365)} = 1 - \frac{365!}{(365-n)! \cdot 365^n}.$$

Vyčíslíme pro $n = 2, 3, 30, 33, 35$:

$$P(A_2) = 1 - \frac{365!}{(365-2)! \cdot 365^2} = \frac{1}{365} \doteq 0,002\,739\,726.$$

1	2	5	10	15	20	25	30	40	50
0	0,0027	0,027	0,12	0,25	0,41	0,57	0,71	0,89	0,97

□

2 Statistika

(Výklad z přednášky)

Úloha 4. *Sledovaný statistický znak nabyl těchto hodnot:*

6, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 10, 12, 12, 15, 15, 16, 18, 20, 20, 20, 20, 20.

Sestavte tabulku četností a relativních četností. Četnosti znázorněte graficky.

Určete medián, modus a aritmetický průměr.

Úloha 5. *Určete medián, aritmetický průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku hodnot měsíční spotřeby elektrické energie (kWh) v bytech z následujících údajů:*

169, 108, 26, 43, 114, 68, 35, 183, 42.