

CO MŮŽETE OČEKÁVAT (PODROBNĚJŠÍ ROZPIS):

1. Číselné posloupnosti a jejich limity. Číselné řady.

- Umět vypočítat limity typu $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\text{polynom}}{\text{polynom}}$.

Např. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 2n}{(n+3)(2n+1)}$.

- Znat vzorce pro součet prvních n prvků aritmetické i geometrické posloupnosti. Vědět, kdy (pro jaké q) konverguje geometrická řada a umět vypočítat její součet.

Např. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n}{2}(1+n)}{n+1} = \dots$,

nebo $\frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} 5 \cdot \frac{1}{2^k} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \dots$.

2. ((Základní) Elementární) funkce. Limita a spojitost funkce.

- Znat co nejvíc informací (definiční obory, parita, periodičnost, omezenost, limitní hodnoty, intervaly monotonnosti, důležité hodnoty, grafy) o základních elementárních funkcích (mocninné, konstantní, exponenciální, logaritmické, goniometrické a cyklometrické). Umět těchto vlastností využít při dalších výpočtech pro odvozené elementární funkce.
- Mít základní představu o spojitosti funkce a především jejího využití při výpočtu limit elementárních funkcí (samostatný příklad na limitu funkce asi nebude, ale limity se vyskytují v dalších úlohách, např. při výpočtu asymptot).

Např.

(a) Napište vždy jednu základní elementární funkci s danou vlastností:

- je sudá:
- je neohraničená:
- její $H(f) = \mathbb{R}$:
- $f(1) = 1$:

(b) Vypočtěte, případně vyřešte rovnici:

- $\log_2 16$,
- $\log_3 \frac{1}{3}$,
- $\log_a \sqrt{3} = \frac{1}{2}$.

(c) Načrtněte grafy funkcí (za každý bod do jednoho obrázku):

- $y = x^{-1}$, $y = (x+1)^{-1}$,
- $y = x^2$, $y = x^2 + 1$,
- $y = 3^x$, $y = 3^{-x}$, $y = -3^x$.

(d) Určete definiční obor funkce $f : y = \arcsin x + x\sqrt{1-x^2}$.

(e) Určete definiční obor a základní periodu funkce a načrtněte graf funkce $f : y = 1 + \sin(2x + \pi)$.

3. Derivace. Průběh funkce.

- Znáte vzorce derivací základních elementárních funkcí, pravidla pro výpočet derivací (např. součtu funkcí nebo složené funkce). Nepůjde jen o samostatný příklad, ale také o využití derivací k řešení dílčích úloh při vyšetřování průběhu funkce (celé vyšetřování se nám do písemky nevejde).

Např.

(a) Vypočítejte první derivace následujících funkcí:

i. $f(x) = x^2 e^{-2x}$,

ii. $g(x) = \frac{5 \cos x}{\sin(3^x)}$,

iii. $h(x) = \operatorname{arctg}(\log_5 x^2)$.

(b) Pro funkci $f : y = 4x^3 + 9x^2 - 12x + 12$ určete $D(f)$, intervaly ryzí monotonicity, lokální extrém, intervaly konvexity a konkavity, inflexe a inflexní body.

(c) Najděte všechny asymptoty funkce $f : y = \frac{e^x}{x-1}$.