Písemka **ZS-A-2011-b** 1. listopadu 2011

KMA-MAT1 VZOR

1. Fotbalový trenér má k dispozici 3 brankáře, 5 obránců, 7 záložníků a 5 útočníků. Kolik různých fotbalových mužstev z nich může sestavit, tvoří-li jedno mužstvo 1 brankář, 4 obránci, 5 záložníků a 1 útočník?

2. Řešte $|x-1| = \frac{x}{2}$.

3. Vypočtěte $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

4. Vypočítejte inverzní matici A^{-1} k matici A a proveďte zkoušku: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$.

5. Vyřešte soustavu lineárních rovnic $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 14 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 7 \\ 5x_1 - 4x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$.

---

① $C_1(3) \cdot C_4(5) \cdot C_5(7) \cdot C_1(5) = \frac{3!}{2!\,1!} \cdot \frac{5!}{1!\,4!} \cdot \frac{7!}{2!\,5!} \cdot \frac{5!}{4!\,1!} =$

$= 3 \cdot 5 \cdot 21 \cdot 5 = \underline{\underline{1575}}$ ✓

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times\ 15 \\ \hline 525 \\ 105 \\ \hline 1575 \end{array}$$

③ $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -8 & 1 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & -4 & -11 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-1)^3 \begin{vmatrix} -1 & -8 & 1 \\ -4 & -11 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -8 & 1 \\ -5 & -19 & 0 \\ 5 & 15 & 0 \end{vmatrix} =$

$= 1 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -5 & -19 \\ 5 & 15 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 15 \end{vmatrix} = \underline{\underline{20}}$ ✓

② N.B. $x_1 = 1$

x	$(-\infty, 1)$	$\langle 1, +\infty)$
$\lvert x-1 \rvert$	$1-x$	$x-1$
$\lvert x-1 \rvert = \frac{x}{2}$	$1 - x = \frac{x}{2}$	$x - 1 = \frac{x}{2}$
	$\frac{3}{2}x = 1$	$\frac{x}{2} = 1$
	$x = \frac{2}{3} \in (-\infty, 1)$	$x = 2 \in \langle 1, +\infty)$

$\underline{\underline{X = \{\frac{2}{3}, 2\}}}$ ✓

④

$$(A|E_3) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -8 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 7 & -8 & 1 & 0 & -3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -8 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 42 & -48 & 6 & 0 & -18 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -8 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & -7 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & 6 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 6/8 & -7/8 & -4/8 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 0 & -18/8 & +21/8 & +20/8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 6/8 & -7/8 & -4/8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6/8 & -3/8 & -4/8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 6/8 & -7/8 & -4/8 \end{array}\right) =$$

$$= (E_3 | A^{-1}) \qquad A^{-1} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ 8 & -8 & -8 \\ 6 & -7 & -4 \end{pmatrix}$$

⑤

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 14 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \\ 5 & -4 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 14 \\ 0 & -7 & -4 & -35 \\ 0 & -14 & -9 & -70 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 14 \\ 0 & -7 & -4 & -35 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14$$
$$-7x_2 - 4x_3 = -35$$
$$-x_3 = 0$$

$x_3 = 0$ | $-7x_2 - 4 \cdot 0 = -35$, $x_2 = 5$ | $x_1 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 0 = 14$, $x_1 = 4$

$(4, 5, 0)$