

Podepište se vpravo nahoře (stejně tak i na každém dalším papíru). Nepište do oblastí zadání (mezi linky). Nepoužívejte červenou propisku. Pište čitelně. Řešení každého příkladu řádně označte.

- (5 bodů) Vypočtete $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{2n} + \sqrt[n]{\frac{1}{4}}}{4\sqrt[n]{23!}}$.
- (5 b.) Načrtněte grafy funkcí (za každý bod do jednoho obrázku, celkem tedy dva obrázky):
 - $y = x^2 - 1$, $y = (x + 1)^2$, $y = 1 + (x + 1)^2$,
 - $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 2^{-x}$.
- (5 b.) Určete $D(f)$, základní periodu a načrtněte graf funkce $f : y = 2 \sin(2x - \pi)$.
- (5 b.) Určete definiční obor funkce $f : y = \frac{\sin x}{\arcsin(x - 4)}$.
- (10 b.) Pro funkci $f : y = x^3 + x^2 - x - 1$ určete $D(f)$, $D(f')$, $D(f'')$, maximální intervaly ryzí monotonnosti, lokální extrémy, maximální intervaly konvexity a konkavity, inflexe a inflexní body.

⑤ $D(f) = \mathbb{R}$, spojitá na \mathbb{R}
 $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$, $D(f') = \mathbb{R}$, spoj. na \mathbb{R}
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0$
 $D = (+2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16 = 4^2$
 $x_{1/2} = \frac{-(+2) \pm 4}{2 \cdot 3} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{1}{3} \\ -1 \end{array} \right.$

f'
 f

$\xrightarrow{+}$ $\xrightarrow{0}$ $\xrightarrow{-}$ $\xrightarrow{0}$ $\xrightarrow{+}$

-1 $\frac{1}{3}$

f roste na $(-\infty; -1)$ a $(\frac{1}{3}; +\infty)$
 klesá na $(-1; \frac{1}{3})$
 má L Max v -1 o hodnotě $f(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 - (-1) - 1$
 $f(-1) = 0$
 má L Min v $\frac{1}{3}$ o hodnotě $f(\frac{1}{3}) = \dots$

$f''(x) = 6x + 2$, $D(f'') = \mathbb{R}$, spoj. na \mathbb{R}
 $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 2 = 0$
 $x = -\frac{1}{3}$

f
 f''

inf sup

$-$ 0 $+$

$-\frac{1}{3}$

f je konkávní na $(-\infty; -\frac{1}{3})$
 konvexní na $(-\frac{1}{3}; +\infty)$
 má inflexi v $-\frac{1}{3}$
 inflexní bod
 grafu má souř.
 $[-\frac{1}{3}; f(-\frac{1}{3})]$

Podepište se vpravo nahoře (stejně tak i na každém dalším papíru). Nepište do oblasti zadání (mezi linky). Nepoužívejte červenou propisku. Pište čitelně. Řešení každého příkladu řádně označte.

- (5 bodů) Vypočtěte $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{2n} + \sqrt[n]{\frac{1}{4}}}{4 \sqrt[n]{23!}}$.
- (5 b.) Načrtněte grafy funkcí (za každý bod do jednoho obrázku, celkem tedy dva obrázky):
 - $y = x^2 - 1$, $y = (x+1)^2$, $y = 1 + (x+1)^2$,
 - $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 2^{-x}$.
- (5 b.) Určete $D(f)$, základní periodu a načrtněte graf funkce $f : y = 2 \sin(2x - \pi)$.
- (5 b.) Určete definiční obor funkce $f : y = \frac{\sin x}{\arcsin(x-4)}$.
- (10 b.) Pro funkci $f : y = x^3 + x^2 - x - 1$ určete $D(f)$, $D(f')$, $D(f'')$, maximální intervaly ryzí monotonnosti, lokální extrémy, maximální intervaly konvexity a konkavity, inflexe a inflexní body.

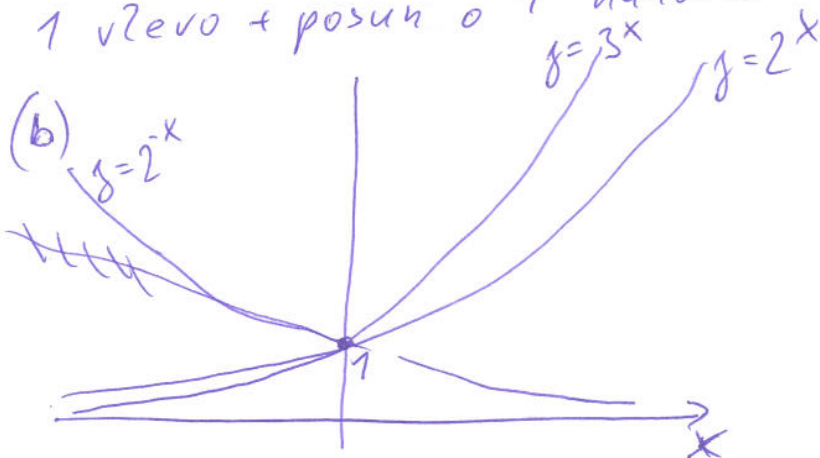
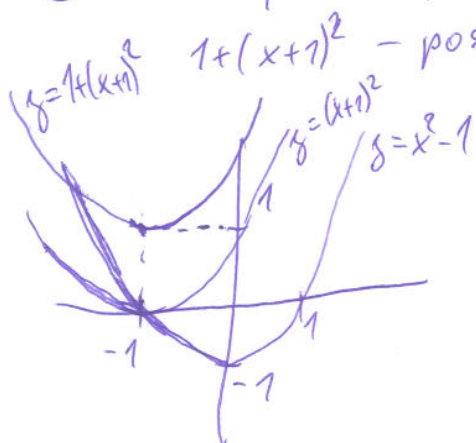
$$\textcircled{1} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2n} + \sqrt[n]{\frac{1}{4}}}{4 \cdot \sqrt[n]{23!}} =$$

Vydeme z tabulkových limit
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c} = 1, c > 0,$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$ Dále 23! je číslo.

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2} \cdot \sqrt[n]{n} + \sqrt[n]{\frac{1}{4}}}{4 \cdot \sqrt[n]{23!}} = \left[\frac{1 \cdot 1 + 1}{4 \cdot 1} \right] = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$\textcircled{2}$ (a) x^2 , $x^2 - 1$ posun o 1 dolů, $(x+1)^2$ posun o 1 vlevo
 $1 + (x+1)^2$ - posun o 1 vlevo + posun o 1 nahoru



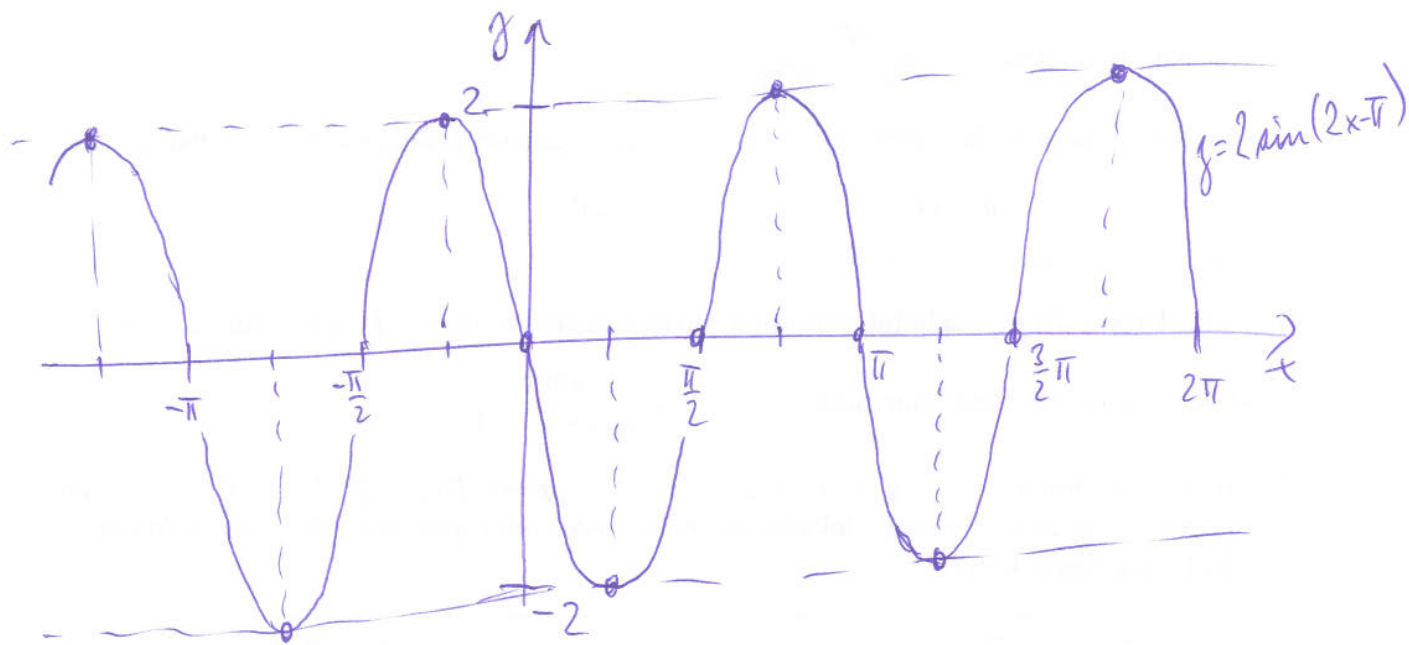
③ $D(f) = \mathbb{R}$, $f: y = 2 \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right]$

↑
dvojnásobná
amplituda

↑
poloviční
perioda

↑
posun o $\frac{\pi}{2}$ vpravo

$\frac{2\pi}{2} = \pi = p_0$



④ $f: y = \frac{\sin x}{\arcsin(x-4)}$

$\sin: x \in \mathbb{R}$

$\arcsin: x-4 \in \langle -1; 1 \rangle$

$x \in \langle 3; 5 \rangle$

$D(f) = \langle 3; 5 \rangle \setminus \{4\} =$
 $= \langle 3; 4 \rangle \cup \langle 4; 5 \rangle$

\cdot : $\arcsin(x-4) \neq 0$

$x-4 = 0$

$x \neq 4$