

Oficiální tahák KMA-MAT2 a KMA-MT2 2013

Substituce pro $\int R(\cos x, \sin x) dx$, kde R je racionální funkce dvou proměnných:

$$(1) \sin x = t, \text{ pokud } R(-\cos x, \sin x) = -R(\cos x, \sin x),$$

$$(2) \cos x = t, \text{ pokud } R(\cos x, -\sin x) = -R(\cos x, \sin x),$$

$$(3) \operatorname{tg} x = t, \text{ pokud } R(-\cos x, -\sin x) = R(\cos x, \sin x),$$

$$(4) \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t \text{ (univerzální substituce). } x = 2 \arctg t, \, dx = \frac{2 dt}{1+t^2}, \sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}.$$

Aplikace určitého integrálu

Funkce	Obsah	Délka křivky
Explicitně $y = f(x)$	$\int_a^b f(x) dx$	$\int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx$
Parametricky $x = \varphi(t), \quad y = \psi(t),$	$\left \int_{\alpha}^{\beta} y dx \right = \left \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \varphi'(t) dt \right $	$\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\varphi'^2(t) + \psi'^2(t)} dt$

Rotovaná funkce	Objem	Povrch
Explicitně $y = f(x)$	$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$	$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$
Parametricky $x = \varphi(t), \quad y = \psi(t),$	$V = \pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) \varphi'(t) dt$	$S = 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt$

Aproximace metodou nejmenších čtverců

$$\varphi(x_i) \approx f_i, \quad i = 0, 1, \dots, n,$$

$$\varphi(x) := c_1 \varphi_1(x) + c_2 \varphi_2(x) + \dots + c_m \varphi_m(x) = \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(x),$$

$$\sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=0}^n \varphi_j(x_i) \varphi_k(x_i) \right) c_j^* = \sum_{i=0}^n f_i \varphi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m. \tag{1}$$

Soustava (1) se nazývá *soustava normálních rovnic*.