Oficiální tahák KMA-MAT2 a KMA-MT2 2013

Substituce pro $\int R(\cos x, \sin x)\,\mathrm{d}x$, kde R je racionální funkce dvou proměnných:

(1) $\sin x = t$, pokud $R(-\cos x, \sin x) = -R(\cos x, \sin x)$,

(2) $\cos x = t$, pokud $R(\cos x, -\sin x) = -R(\cos x, \sin x)$,

(3) $\operatorname{tg} x = t$, pokud $R(-\cos x, -\sin x) = R(\cos x, \sin x)$,

(4) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ (univerzální substituce). $x = 2 \operatorname{arctg} t$, $\mathrm{d}x = \frac{2\,\mathrm{d}t}{1+t^2}$, $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $\operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$.

Aplikace určitého integrálu

Funkce	Obsah	Délka křivky
Explicitně $y = f(x)$	$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	$\int_a^b \sqrt{1+f'^2(x)}\,\mathrm{d}x$
Parametricky $\begin{array}{rcl} x &=& \varphi(t), \\ y &=& \psi(t), \end{array}$	$\left\lvert\int_\alpha^\beta y\,\mathrm{d}x\right\rvert = \left\lvert\int_\alpha^\beta \psi(t)\varphi'(t)\,\mathrm{d}t\right\rvert$	$\int_\alpha^\beta \sqrt{\varphi'^2(t)+\psi'^2(t)}\,\mathrm{d}t$

Rotovaná funkce	Objem	Povrch
Explicitně $y = f(x)$	$V = \pi\int_a^b \left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$	$S = 2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+\left[f'(x)\right]^2}\,\mathrm{d}x$
Parametricky $\begin{array}{rcl} x &=& \varphi(t), \\ y &=& \psi(t), \end{array}$	$V = \pi\int_\alpha^\beta \psi^2(t)\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$	$S = 2\pi\int_\alpha^\beta \psi(t)\sqrt{\left[\varphi'(t)\right]^2+\left[\psi'(t)\right]^2}\,\mathrm{d}t$

Aproximace metodou nejmenších čtverců

$$\varphi(x_i) \approx f_i,\ i = 0, 1, \ldots, n,$$

$$\varphi(x) := c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + \cdots + c_m\varphi_m(x) = \sum_{j=1}^{m} c_j\varphi_j(x),$$

$$\sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=0}^{n}\varphi_j(x_i)\varphi_k(x_i)\right)c_j^* = \sum_{i=0}^{n} f_i\varphi_k(x_i), \quad k = 1, \ldots, m. \tag{1}$$

Soustava (1) se nazývá *soustava normálních rovnic.*