Označení $\mathbb{R}^N$ a $\mathbb{V}^N$

Symbolem $\mathbb{R}^N = \underbrace{\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\dots\times\mathbb{R}}_{N\text{-krát}}$ rozumíme kartézskou mocninu množiny všech reálných čísel – prvky jsou uspořádané N-tice reálných čísel

$$(x_1,\dots,x_N), \qquad x_i\in\mathbb{R} \quad i=1,\dots,N.$$

Uspořádaná trojice $(\mathbb{R}^N,+,\cdot)$, kde
$+ : \mathbb{R}^N\times\mathbb{R}^N\to\mathbb{R}^N$ je definována předpisem
$\forall x=(x_1,\dots,x_N),\ y=(y_1,\dots,y_N)\in\mathbb{R}^N$:

$$x+y=(x_1+y_1,\dots,x_N+y_N),$$

$\cdot : \mathbb{R}\times\mathbb{R}^N\to\mathbb{R}^N$ je definována předpisem
$\forall c\in\mathbb{R}\ \forall x=(x_1,\dots,x_N)\in\mathbb{R}^N$:

$$c\cdot x=(cx_1,\dots,cx_N),$$

je vektorový prostor dimenze N, označujeme ho zkráceně symbolem $\mathbb{R}^N$.
V $\mathbb{R}^N$ můžeme také definovat mezi každými dvěma body (prvky) vzdálenost. Formálně je to realizováno prostřednictvím tzv. metriky. Pokud není uvedeno jinak definujeme tzv. „eukleidovskou" metriku $\rho:\mathbb{R}^N\times\mathbb{R}^N\to\mathbb{R}$

$$\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i-y_i)^2}$$

pro $x=(x_1,\dots,x_N)$, $y=(y_1,\dots,y_N)\in\mathbb{R}^N$.

Geometrický význam množiny (prostoru) $\mathbb{R}^N$ je pro $N=2$ rovina, pro $N=3$ prostor. Prvek $\mathbb{R}^N$ je pak bodem.

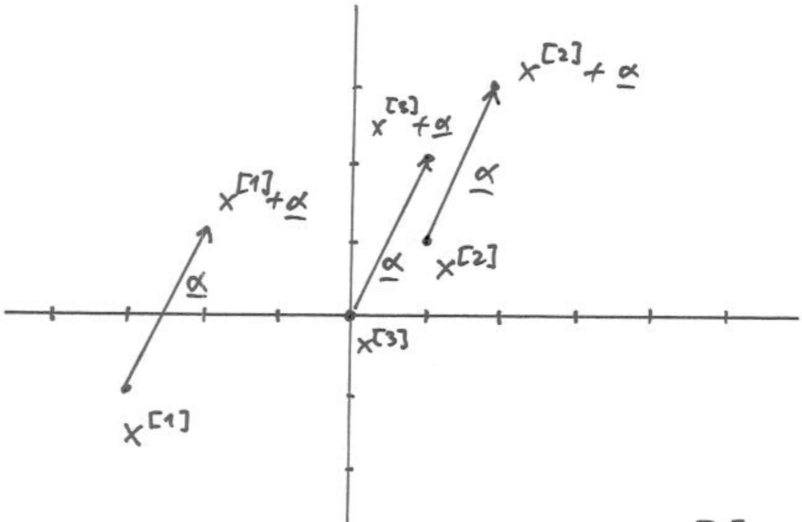
Nechť $N\in\mathbb{N}$. Pak N-rozměrným vektorem $\underline{\alpha}$ o souřadnicích $\alpha_1,\dots,\alpha_N$ ($\alpha_i\in\mathbb{R}$ pro $i=1,\dots,N$) rozumíme zobrazení prostoru $\mathbb{R}^N$ na $\mathbb{R}^N$, které každému bodu $x=(x_1,\dots,x_N)\in\mathbb{R}^N$ přiřadí bod $(x_1+\alpha_1,\dots,x_N+\alpha_N)\in\mathbb{R}^N$. Označujeme ho

$$\underline{\alpha}=(\alpha_1,\dots,\alpha_N)$$

(tedy vektor podtrhujeme a jeho souřadnice píšeme opět do kulatých závorek). Množinu všech N-rozměrných vektorů označujeme symbolem $\mathbb{V}^N$.

Vektor lze chápat jako orientovanou úsečku – viz obrázek

$\underline{\alpha} = (1, 2)$



$x^{[1]} = (-3, -1), \quad x^{[2]} = (1, 1), \quad x^{[3]} = (0, 0)$

$$\Downarrow$$

$x^{[1]} + \underline{\alpha} = (-2, 1), \quad x^{[2]} + \underline{\alpha} = (2, 3), \quad x^{[3]} + \underline{\alpha} = (1, 2)$

(tedy: $\underline{\alpha}$ je vektor; $x^{[1]}, x^{[2]}, x^{[3]}, x^{[1]} + \underline{\alpha}, x^{[2]} + \underline{\alpha}, x^{[3]} + \underline{\alpha}$ jsou body)

Zhruba lze říci, že bod nese informaci o umístění a vektor nese informaci o posunutí (v této informaci je obsažen <u>směr</u> a <u>velikost</u>).