Spočtěte limity posloupností: (Zdroj: Kopáček str. 23)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1000n}{n^2+1};\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n}\sin(n!)}{n+1};\qquad \lim_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n});\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{(-2)^n+3^n}{(-2)^{n+1}+3^{n+1}};$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+n+\ldots+n^p}{1+n+\ldots+n^q},\quad p,q\in\mathbb{N};\qquad \lim_{n\to\infty}x^n,\quad x\in\mathbb{C};\qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\ldots+\frac{n-1}{n^2}\right);$$

$$\lim_{n\to\infty}\left[\left(\frac{1}{n}-\frac{2}{n}+\frac{3}{n}-\frac{4}{n}\ldots+\ldots+(-1)^n\frac{n-1}{n}+(-1)^{n+1}\frac{n}{n}\right)+(-1)^n\frac{1}{2}\right];$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{2^n};\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{2^n}{n!};\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{n^k}{a^n},\quad k\in\mathbb{N},a>1;\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{a^n}{n!};\qquad \lim_{n\to\infty}nx^n.$$

Další posloupnosti: Napište, co znamená, že posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nemá limitu A, neboli

$$\lim_{n\to\infty}a_n\neq A.$$

Napište, co znamená, že posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nemá žádnou limitu.

Uvažujte posloupnost zadanou rekurentně takto: $a_1=2$ a $a_{n+1}=\sqrt{a_n}$. Dokažte, že posloupnost má limitu a najděte ji.

Dokažte, a vysvětlete následující tvrzení:

$$\lim_{n\to\infty}a_n=A\quad\Rightarrow\quad\lim_{n\to\infty}b_n=A,$$

kde $b_n=\frac{1}{n}(a_1+a_2+\ldots+a_n)$. Platí i obrácená implikace?

Prozkoumejte limity posloupností

$$\left\{\sqrt[n]{a}\right\}_{n=1}^{\infty},\qquad \left\{\sqrt[n]{n}\right\}_{n=1}^{\infty},\qquad \left\{\frac{1}{\sqrt[n]{n!}}\right\}_{n=1}^{\infty},\qquad \left\{\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}\right\}_{n=1}^{\infty}.$$

Legrace:

Trpaslíci mají kalkulačku s tlačítkem $x+\frac{1}{x}$. Stačí stokrát zmáčknout toto tlačítko, aby z jedničky dostali výsledek větší než 14?

Po prvních dvou letech existence králičí kolonie byl každý další rok vždy průměrně slunečný (tedy počet slunečných dní byl průměrem počtu slunečných dní v předchozích dvou letech). Určete k jak slunečnému roku spěje počasí.

Na nit navlékl taťka Šmoula jahody. Je možné některé jahody na niti sníst tak, aby ty, co zůstanou, byly uspořádané podle velikosti a aby jich zůstalo nekonečně mnoho?